Боровская теория атома, опыты Резерфорда и Франка-Герца

Эрнест Резерфорд и его сотрудники провели опыт по рассеянию альфа-частиц на тонких слоях вещества.

Он предположил, что взаимодействие альфа-частиц с ядрами атомов имеет кулоновский характер, т.е., когда частица пролетает вблизи ядра, на нее действует сила отталкивания:

$$F = \frac{2Ze^2}{r^2} \tag{1}$$

(Угол между асимптотами гиперболы обозначим за ϑ)

Расстояние b от ядра до первоначального направления полета альфа-частицы называется прицельным параметром. Вследствие сохранения импульса альфа-частицы до и после рассеяния, для его модуля можно написать:

$$\mid \Delta\vec{p} \mid = 2p_0 \sin\frac{\vartheta}{2} = 2m_\alpha v \sin\frac{\vartheta}{2} \tag{2}$$

Вместе с тем $\Delta\vec{p} = \int \vec{F} dt$.

Спроецируем все векторы предыдущего равенства на $\Delta\vec{p}$:

$$\mid \Delta\vec{p} \mid = \int F_{\Delta\vec{p}}\, dt \tag{3}$$

Причем:

$$F_{\Delta\vec{p}} = F\cos(\frac{\pi}{2} - \frac{\vartheta}{2} - \varphi) = F\sin(\varphi + \frac{\vartheta}{2}) = \frac{2Ze^2}{r^2}\sin(\varphi + \frac{\vartheta}{2}) \tag{4}$$

Здесь φ – угол между прямой, от которой отсчитывается b и направлением на частицу.

Подставим в интеграл, заменив dt на $d\varphi/\dot{\varphi}$:

$$\mid \Delta\vec{p} \mid = 2Ze^2 \int_0^{\pi-\vartheta} \frac{\sin(\dot{\varphi} + \vartheta/2)d\varphi}{r^2\dot{\varphi}} \tag{5}$$

$r^2\dot{\varphi} = vb$, т.к. момент импульса альфа-частицы все время остается постоянным. Производим эту замену:

$$\mid \Delta\vec{p} \mid = \frac{2Ze^2}{vb}\int_0^{\pi-\vartheta} \sin(\varphi + \frac{\vartheta}{2})d\varphi = \frac{2Ze^2}{vb} 2\cos\frac{\vartheta}{2} \tag{6}$$

Сопоставим с выражением (2):

$$2m_\alpha v \sin\frac{\vartheta}{2} = \frac{2Ze^2}{vb} 2\cos\frac{\vartheta}{2} \tag{7}$$

Поэтому:

$$\operatorname{ctg}\frac{\vartheta}{2} = \frac{m_\alpha v^2}{2Ze^2} b \tag{8}$$

Предполагается, что каждая альфа-частица рассеивается только один раз. Для того чтобы испытать рассеяние на угол, лежащий в пределах $(\vartheta, \vartheta + d\vartheta)$, частица должна пролететь вблизи одного из ядер по траектории, прицельный параметр которой заключен в пределах $(b; b + db)$ и:

$$-\frac{1}{\sin^2(\vartheta/2)}\frac{d\vartheta}{2} = \frac{m_\alpha v^2}{2Ze^2} db \tag{9}$$

Обозначим площадь поперечного сечения пучка альфа-частиц буквой S. Тогда число атомов рассеивающей фольги на пути пучка можно представить в виде nSa, где n – число атомов в единице объема, a – толщина фольги. Если альфа-частицы распределены равномерно, то относительное число частиц, пролетающих вблизи одного из ядер по траектории с прицельным параметром от b до $b + db$ равно:

$$\frac{dN_\vartheta}{N} = \frac{nSa2\pi b}{S} db \tag{10}$$

Проведем замену b на ϑ в соответствии с $(8, 9)$:

$$\frac{dN_\vartheta}{N} = na(\frac{2Ze^2}{m_\alpha v^2})^2 2\pi \operatorname{ctg}\frac{\vartheta}{2}\frac{1}{\sin^2(\vartheta/2)}\frac{d\vartheta}{2} \tag{11}$$

Преобразуем множители, содержащие ϑ:

$$\frac{\operatorname{ctg}(\vartheta/2)}{\sin^2(\vartheta/2)} = \frac{\cos(\vartheta/2)\sin(\vartheta/2)}{\sin^4(\vartheta/2)} = \frac{\sin\vartheta}{2\sin^4(\vartheta/2)} \tag{12}$$

С учетом этого преобразования получим:

$$\frac{dN_\vartheta}{N} = na(\frac{2Ze^2}{m_\alpha v^2})^2 \frac{2\pi \sin\vartheta d\vartheta}{4\sin^4(\vartheta/2)} \tag{13}$$

Перейдем к элементу телесного угла $d\Omega$, в пределах которого заключены направления, соответствующие кглам рассеяния $(\vartheta;\vartheta + d\vartheta)$:

$$\frac{dN_\vartheta}{N} = na(\frac{Ze^2}{m_\alpha v^2})^2 \frac{d\Omega}{\sin^4(\vartheta/2)} \tag{14}$$

Получили формулу Резерфорда для рассеяния альфа-частиц.

Однако, классическая модель атома не способна объяснить ни устойчивость атома, ни характер атомного спектра. Нильс Бор ввел постулаты, противоречащие классическим представлениям, но позволяющие объяснить экспериментальные данные.

1) Из многих классических орбит в атоме реально доступны для электрона только некоторые. Двигаясь по ним, он не излучает электромагнитных волн.

2) Излучение испускается атомом в виде кванта энергии $\hbar\omega$ при переходе электрона из одного устойчивого состояния в другое:

$$\hbar\omega = E_n - E_m \tag{15}$$

Джеймс Франк и Генрих Герц провели опыт, подтверждающий выдвинутые Бором предположения. Их установка состояла из трубки с анодом, катодом и сеткой, заполненной парами ртути. Построив вольт-амперную характеристику этой трубки, они обнаружили, что сила тока вначале растет, затем падает, затем снова растет и т.д. Это означает, что атомы могут воспринимать энергию только порциями.

Согласно постулатам Бора возможны только такие орбиты, для которых момент импульса электрона $m_e vr$ удовлетворяет условию:

$$m_e vr = n\hbar, \quad n = 1, 2, 3... \tag{16}$$

Рассмотрим электрон, движущийся в поле атомного ядра с зарядом Ze (при $Z = 1$ это атом водорода, при $Z > 1$ – водородоподобный ион).

Уравнение движения электрона:

$$m_e \frac{v^2}{r} = \frac{Ze^2}{r^2} \tag{17}$$

Сопоставив (16) и (17), получим:

$$r_n = \frac{\hbar^2}{m_e Ze^2} n^2, \quad n = 1, 2, 3, ... \tag{18}$$

Радиус первой орбиты водородного атома называется боровским радиусом:

$$r_0 = \frac{\hbar^2}{m_e c^2} \tag{19}$$

Внутренняя энергия атома складывается из кинетической энергии электрона и энергии взаимодействия электрона с ядром:

$$E = \frac{m_e v^2}{2} - \frac{Ze^2}{r} \tag{20}$$

Поскольку $\frac{m_e v^2}{2} = \frac{Ze^2}{2r}$:

$$E = \frac{Ze^2}{2r} - \frac{Ze^2}{r} = -\frac{Ze^2}{2r} \tag{21}$$

Подставив (18), найдем дозволенные значения E:

$$E_n = -\frac{m_e e^4}{2\hbar^2} \frac{Z^2}{n^2} \quad (n = 1, 2, 3, ...) \tag{22}$$

Таким образом, получена формула Бальмера, определяющая частоту излучения при переходе атома водорода из состояния n в состояние m:

$$\omega = \frac{m_e e^4}{2\hbar^3} (\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}) \tag{23}$$