Линейные ОДУ произвольного порядка с постоянными коэффициентами

Однородные линейные ОДУ имеют вид:

$$a_0 y^n + a_1 y^{n-1} + ... + a_{n-1} y' + a_n y = 0 \tag{1}$$

Метод решения: составить характеристическое уравнение:

$$a_0 \lambda^n + a_1 \lambda^{n-1} + ... + a_{n-1} \lambda + a_n = 0 \tag{2}$$

Найти все его корни.

Каждый корень характеристического уравнения добавляет в общее решение уравнения (1) одно слагаемое.

В случае простого вещественного корня:

$$C_i e_i^{\lambda} x \tag{3}$$

В случае вещественного корня кратности k:

$$(C_{m+1} + C_{m+2} x + C_{m+3} x^2 + ... + C_{m+k} x^{k-1}) e^{\lambda x} \tag{4}$$

Для каждой пары комплексных простых корней $\lambda = \alpha \pm \beta i$:

$$C_{m+1} e^{\alpha x} \cos \beta x + C_{m+2} e^{\alpha x} \sin \beta x \tag{5}$$

Для каждой пары комплексных корней кратности k:

$$P_{k-1} e^{\alpha x} \cos \beta x + Q_{k-1} e^{\alpha x} \sin \beta x \tag{6}$$

(Многочлены P и Q имеют вид многочлена в скобках (4))