Обыкновенные дифференциальные уравнения (ОДУ), основные понятия

ОДУ n-ного порядка, где $n \in \mathbb{N}$ – это уравнение вида:

$$F(x, y, y', ...y^{(n)}) = 0 \tag{1}$$

Здесь x – независимая переменная, $y = y(x)$ – неизвестная функция, $F(p_1, p_2, ...p_{n+2})$ – заданная функция $(n+2)$-х переменных, определенная в некоторой области $D \in R^{n+2}$, причем $\frac{\partial F}{\partial p_n} \neq 0$.

n – порядок ОДУ, т.е. порядок наивысшей производной y, входящей в F.

Если неизвестная функция имеет вид

$$y = y(x_1, x_2, ...x_m), \tag{2}$$

То соответствующее уравнение называется дифференциальным уравнением в частных производных.

Частное решение ОДУ (1) – это функция:

$$y(x) \in C^n(I), \tag{3}$$

Где I – промежуток вида $(a, b), [a, b], [a, b), (a, b]$ (a и b конечные), $a < b$, $[a, +\infty]$ и т.д., такая, что при подстановке ее в (1) получаем верное равенство $\forall x \in I$, т.е. выполняются два условия:

$$(x, y(x), y'(x), ...y^{(n)}(x)) \in D, \ \forall x \in I \tag{4}$$

$$F(x, y(x), y'(x), ...y^{(n)}(x)) = 0, \ \forall x \in I \tag{5}$$

Общим решением ОДУ (1) называется совокупность всех его частных решений.

ОДУ называется разрешенным в квадратурах, если процесс его решения сводится к взятию конечного числа интегралов от известных функций.