

Экспериментальные основания квантовой механики, принцип неопределенности Гейзенберга

Луи де Бройль выдвинул гипотезу: движение любой микрочастицы связано с волновым процессом, длина волны которого равна $\lambda = \frac{2\pi\hbar}{p} = \frac{2\pi\hbar}{mv}$, а частота $\omega = \frac{E}{\hbar}$. Вскоре она была подтверждена экспериментально.

Таким образом, микрочастица проявляет волновые свойства, а некоторые волновые процессы – корпускулярные.

В классической механике состояние материальной точки определяется заданием значений координат, импульса, энергии и т.д. Эти величины называются динамическими переменными. На самом деле, микрообъекту не могут быть приписаны указанные динамические переменные, т.к. имеет место соотношение неопределенности Гейзенберга:

$$\Delta A \cdot \Delta B \geq \frac{\hbar}{2} \quad (1)$$

$\Delta A, \Delta B$ – величины, называемые канонически сопряженными.

Канонически сопряженными являются энергия и время:

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2} \quad (2)$$

Проекция импульса и соответствующая координата:

$$\Delta p_x \Delta x \geq \frac{\hbar}{2} \quad (3)$$

Энергия электрона в атоме водорода равна:

$$E = \frac{p^2}{2m} - \frac{e^2}{r} \quad (4)$$

Заменим p на \hbar/r по принципу неопределенности:

$$E = \frac{\hbar^2}{2mr^2} - \frac{e^2}{r} \quad (5)$$

Найдем минимальные возможные радиус и энергию. Для этого продифференцируем предыдущее выражение по r и приравняем его к нулю:

$$-\frac{\hbar^2}{mr^3} + \frac{e^2}{r^2} = 0 \quad (6)$$

Решая это уравнение, получим:

$$r_{min} = \frac{\hbar^2}{(me^2)} \quad (7)$$

(Данное выражение совпадает с первой боровской орбитой).

Подстановка в формулу для энергии дает минимальную энергию:

$$E_{min} = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{me^2}{\hbar^2} \right)^2 - e^2 \frac{me^2}{\hbar^2} = -\frac{me^4}{2\hbar^2} \quad (8)$$